



Ce document a été mis en ligne par l'organisme [FormaV](#)®

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :

www.formav.co/explorer

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - GROUPEMENT C1

SESSION 2019
DURÉE : 2 HEURES

| SPÉCIALITÉS | COEFFICIENT |
|---|-------------|
| Conception des processus de découpe et d'emboutissage | 2 |
| Conception des processus de réalisation de produits (2 options) | 2 |
| Conception et réalisation en chaudronnerie industrielle | 2 |
| Conception et réalisation en construction navale | 2 |
| Développement et réalisation bois | 2 |
| Fonderie | 2 |
| Forge | 2 |
| Industries céramiques | 2 |
| Innovation textile (2 options) | 3 |
| Maintenance des matériels de construction et de manutention | 2 |
| Maintenance des véhicules (3 options) | 2 |
| Moteur à combustion interne | 2 |
| Pilotage des procédés | 3 |
| Systèmes constructifs bois et habitat | 2 |
| Techniques et services en matériels agricoles | 2 |

Matériel autorisé :

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

| | | |
|-------------------|----------------|--------------|
| BTS GROUPEMENT C1 | | SESSION 2019 |
| Mathématiques | Code : MATGRC1 | Page : 1/5 |

Exercice 1 (10 points)

Partie A : modélisation

On s'intéresse à la chute d'un parachutiste, avant l'ouverture du parachute.

On admet que la vitesse V du parachutiste pendant la chute peut être modélisée par une fonction solution de l'équation différentielle :

$$m y'(t) + k y(t) = mg$$

où m est la masse totale du parachutiste et de son parachute, k est un coefficient dépendant de la résistance de l'air, g est le coefficient de l'accélération de la pesanteur et t représente le temps.

V est exprimée en m.s^{-1} , m est exprimée en kilogramme et t est exprimé en seconde.

Dans la suite du problème, on considère que $m = 80 \text{ kg}$, $k = 25$ unités S.I. et $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

Au début de la chute, $t = 0 \text{ s}$ et $V(0) = 0 \text{ m.s}^{-1}$.

1. Montrer que la fonction V est solution de l'équation différentielle :

$$(E) : y' + 0,3125y = 10$$

2. Résoudre l'équation différentielle :

$$(E_0) : y' + 0,3125 y = 0$$

3. Déterminer une fonction constante solution de (E).
4. En déduire les solutions générales de (E).
5. Déterminer une expression de la vitesse $V(t)$ du parachutiste à l'instant t .

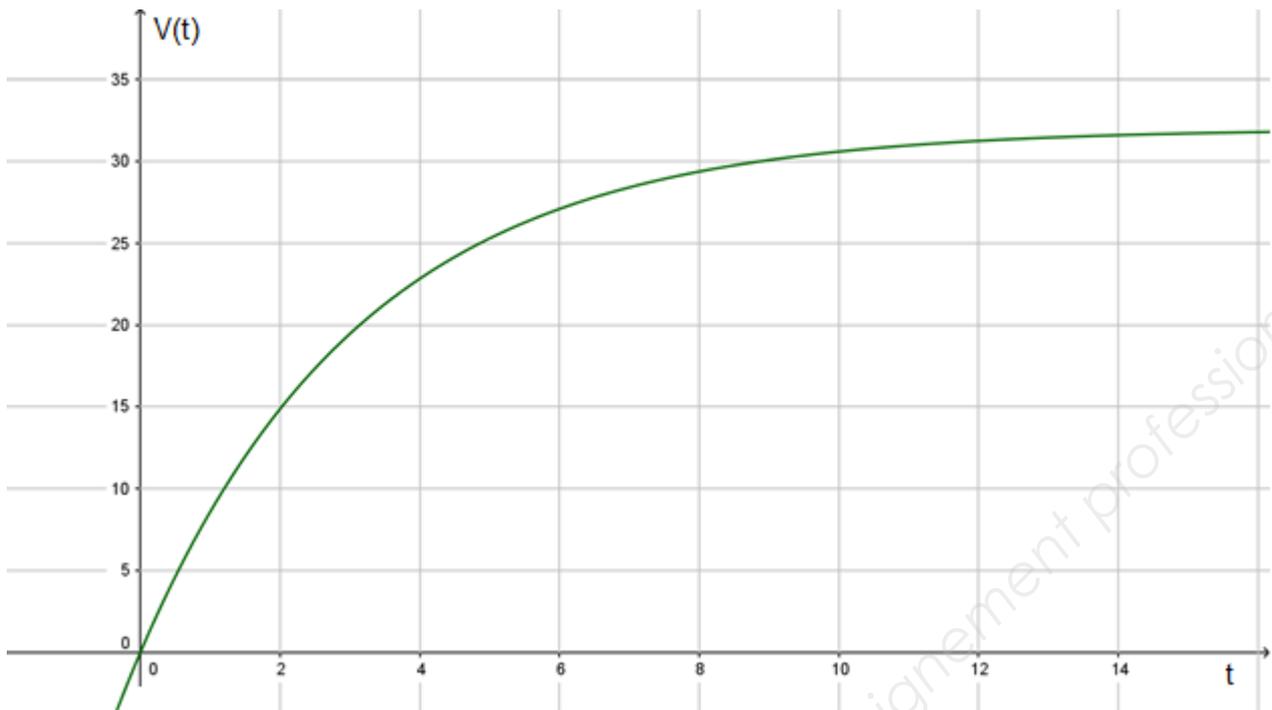
Partie B : étude de la chute

On admet que la vitesse du parachutiste est modélisée par la fonction V de la variable t définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$V(t) = 32 (1 - e^{-0,3125 t})$$

On donne ci-dessous la représentation graphique Γ de cette fonction V dans un repère orthogonal.

| | | |
|-------------------|----------------|--------------|
| BTS GROUPEMENT C1 | | SESSION 2019 |
| Mathématiques | Code : MATGRC1 | Page : 2/5 |



1. a. Estimer une valeur arrondie de l'instant t_0 à partir duquel la vitesse dépasse 20 m.s^{-1} .
- b. Retrouver par le calcul la valeur exacte de t_0 .

Un logiciel de calcul formel donne le résultat suivant que l'on admet et qui pourra être exploité dans les questions suivantes.

| | |
|---|--|
| 1 | $f(x) := 32(1 - \exp(-0,3125 \times x))$ |
| | $x \rightarrow 32(1 - e^{-0,3125x})$ |
| 2 | Limite($f(x)$, $+\infty$) |
| | 32 |

2. a. Donner l'expression $V'(t)$ de la dérivée de la vitesse.
- b. Etudier le sens de variations de V sur $[0 ; +\infty[$.
3. Le parachutiste peut-il atteindre une vitesse de 130 km.h^{-1} ?
4. Calculer la vitesse moyenne du parachutiste lors des deux premières secondes de chute. On pourra arrondir à l'unité.

On rappelle que la valeur moyenne d'une fonction f sur un intervalle $[a ; b]$ est $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$.

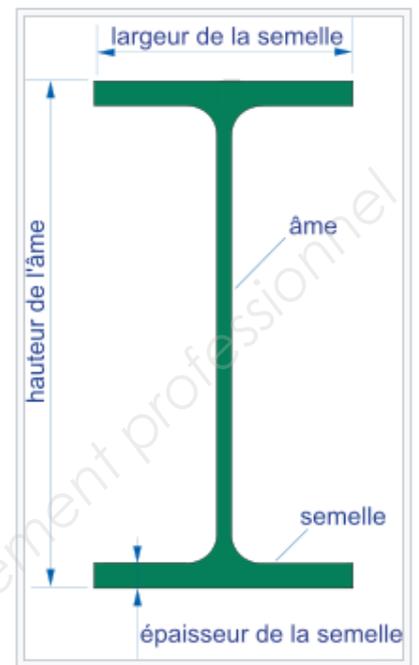
Exercice 2 (10 points)

Une fonderie fabrique en grande quantité des poutrelles métalliques de type IPE 120. On donne ci-contre le schéma de coupe d'une poutrelle de ce type.

Les dimensions, en millimètre, d'une poutrelle de ce type sont :

- hauteur de l'âme : 120 mm
- largeur de la semelle : 64 mm
- épaisseur de l'âme : 4,4 mm
- épaisseur de la semelle : 6,3 mm

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.



Partie A : dimensions externes

Lors d'un contrôle de qualité on constate que :

- la hauteur de l'âme est conforme pour 98 % des poutrelles ;
- lorsque la hauteur de l'âme est conforme, la largeur de la semelle est également conforme dans 99 % des cas.

On choisit une poutrelle au hasard dans la production et on considère les événements suivants :

H : « la hauteur de l'âme est conforme »

L : « la largeur de la semelle est conforme ».

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. On dit que les dimensions externes d'une poutrelle sont conformes lorsque la hauteur de l'âme et la largeur de la semelle sont conformes. On note E cet événement. Justifier que $P(E) = 0,9702$.
3. Sachant que la largeur de la semelle est conforme pour 98,5 % des poutrelles, l'affirmation suivante est-elle exacte ? La réponse devra être justifiée par un calcul.
« 26 % des poutrelles dont la hauteur d'âme est non conforme présentent également un défaut de largeur de la semelle. »
4. On prélève au hasard 20 poutrelles. La production est suffisamment importante pour assimiler ce prélèvement à des tirages avec remise. On note N la variable aléatoire qui, à chaque lot de 20 poutrelles prélevées au hasard, associe le nombre de poutrelles dont les dimensions externes sont conformes.

| | | |
|-------------------|----------------|--------------|
| BTS GROUPEMENT C1 | | SESSION 2019 |
| Mathématiques | Code : MATGRC1 | Page : 4/5 |

- Déterminer en justifiant la loi de probabilité de la variable aléatoire N et préciser ses paramètres.
- Calculer la probabilité qu'un lot de 20 poutrelles contienne au moins une poutrelle dont les dimensions externes sont non conformes. Arrondir le résultat à 10^{-3} .

Partie B : épaisseur de l'âme

La variable aléatoire X qui, à chaque poutrelle, associe l'épaisseur de son âme (en millimètre) suit la loi normale d'espérance $m = 4,4$ et d'écart type $\sigma = 0,02$.

L'épaisseur de l'âme est conforme si l'écart entre la valeur réelle et la valeur théorique (4,4 mm) est inférieur ou égal à 1 % de la valeur théorique.

Calculer la probabilité qu'une poutrelle, prélevée au hasard dans la production, ait une épaisseur d'âme conforme. Arrondir le résultat à 10^{-3} .

Partie C : contrôle de conformité

À la fonderie, une scie automatique débite de longues poutrelles en tronçons de longueur 2 m.

L est la variable aléatoire, qui à chaque poutrelle débitée par la scie, associe sa longueur (en mètre).

Si la scie est correctement réglée, la variable aléatoire L suit la loi normale d'espérance $\mu = 2$ et d'écart type $\sigma = 0,001$.

Pour vérifier si la scie est correctement réglée, un technicien de maintenance a prélevé un échantillon de 100 poutrelles et a obtenu une longueur moyenne de $\bar{l} = 1,9997$ m pour cet échantillon.

\bar{L} est la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 100 poutrelles, associe la longueur moyenne des poutrelles de cet échantillon. Lorsque la scie est correctement réglée, \bar{L} suit la loi normale d'espérance μ et d'écart type $\sigma_0 = \frac{\sigma}{10}$.

Le technicien construit un test bilatéral au seuil de 5 % pour tester l'hypothèse H_0 : « la longueur moyenne en mètre des poutrelles débitées par la scie est $m = 2$ ».

- Donner l'hypothèse alternative H_1 .
- Déterminer l'intervalle $I = [2 - h ; 2 + h]$, tel que, sous l'hypothèse H_0 , $P(\bar{L} \in I) = 0,95$. Arrondir les bornes de l'intervalle à 10^{-4} .
- Énoncer la règle de décision de ce test.
- Au seuil de décision 5 %, le technicien peut-il estimer que la scie est bien réglée ?

| | | |
|-------------------|----------------|--------------|
| BTS GROUPEMENT C1 | | SESSION 2019 |
| Mathématiques | Code : MATGRC1 | Page : 5/5 |